日本で“ピアジェを研究している”殆んどすべての“研究者”の助力になるものの由で，先に紹介した邦訳書の扱っている諸問題も，勿論，その中に含められて，解説されている。前者は，その前半に於いて，編者による“ピアジェ心理学の根本概念”の解説に始まる，知能の発達に関するピアジェの所説紹介を行い，後半に於いて，現代心理学に於けるピアジェの心理学の位置づけ，他の理論との関係を論述する。最後に，編者自身の，ピアジェ研究と紹介との回想が附いている。後者は，ピアジェが現在も尚続けている研究活動の概観である。先ず，ピアジェの研究の基本的立場が解説され，次いで，空間，時間，運動，速さ，数，量，因果と偶然などを廻る，子供の認識の発達を扱った諸著の紹介解説が収められ，最後に，それらの子供の認識機能の意義についての論述が紹介されている。両者を通じて，ピアジェの解説は，概ね祖述的であり，それぞれの領域に於ける研究史への位置づけや，ピアジェの見解に対する批判的検討は，二三を除いてはみられない。このことには，事情はともあれ，編者のこれに対する姿勢と共に，少しく首を傾げざるを得ぬものがある。しかし，ピアジェの業績と，その考えの概観を得る目的にとっては，これら両書は便利なものと言えよう。ピアジェの著書が，極めて難解であることは，既に定評のある処であり，その点から言えば，編者等の努力には，謝意が表せられて然るべきではあろう。

既に，与えられた紙数は尽きた。単なる紹介に終始してしまったが，読者が，ピアジェに接する契機たり得ればと思う。（笹本　至心）

数　学

I．アドラー 著　宮本敏雄・山内俊吉 訳『新しい数学』

<u>この本のねらい</u>　この本は Irving Adler: *The New Mathematics* を翻訳したもので，原著は1958年に出版され，1960年からは *Signet Science Library Book* にはいっている。I．アドラーはバーモントのベニングトン大学で数学を教えているが，この本のほかに『新しい算数』『数の不思議』『考える機械』『恒星』『生命の起源』などの著書がある。彼はアメリカの数学教育の現代化のために独自の活動をしているひとりで，NCTM（全米数学教師会）の第40回年会（1962年7月）の昼食会で講演し，カリキュラムの改造について提案している。彼は，学校数学の職業的目標は別として，現代社会の要求する数学的能力の伸長と，知性を開発することと精神を自由にすることの重要性を主張している。そして第1の目標に関連して，数学的能力のための教育の核心は，数とその使い方の理解を伸ばすことであることを指摘し，数学をバラバラの規則のまとまらない寄せ集めから，内部構造が理解できる美しい構造に書きかえる必要のあることを説いている。また，第2の目標に関連して，数学が一般教育に寄与するものとして，それ

が想像力を刺激し，厳密ではあるがかたくなでない思考力を開発し，開いた心，批判的視野，柔軟な考え方を助成する点をあげている。そして，その例として，有限体や零因子や n 次元空間などを示している。

この本を見ると，アドラーはこのような見解をこの本の中で，具体的に展開しようとする意図が強く感じられる。「まえがき」をみよう。

「この本を貫く中心的な筋は，数体系の拡張すなわち自然数から整数，有理数，実数，複素数への拡張である。数体系の発展のこれら一連の段階は，大まかには，数概念の歴史的な発展の段階と平行しているが，この本の構成は年代記的あるいは歴史的ではなく，それは現代的な観点から論理的に構成されており，いろいろな数体系が相互にどのように関連しているかを明らかにしている。……

拡張された数体系を建設するおのおのの段階で，わたしたちは群，環，体といった，現代数学で多くの注目をあびているいくつかの構造に出会うことになる。これらの現代的な概念は，まずみなれた数体系の中の例によって導入され，つづいてそれほど知られていない他の例も紹介される。これらの現代的な概念にあてられた節を読むとき，読者は，美しいこみいった模様織りの大きな敷物の一端にとりついたにすぎないことに気付かれるであろう。」

各章の概要　I　数えるための数

はじめに1対1対応によって有限集合の計量数を導き，集合の合併によって加法をのべ，順序対の写像（順序のある2数の組から1数への対応）として定式化する。そこで加法と乗法の2種の2項演算が自由にできる数の体系としての自然数の体系を示し，この本の基調である「数の体系」をつぎのように規定している。

「数の体系とは，加法，乗法とよばれる2種の2項演算の定義されている任意の集合のことである。ただし，加法は交換，結合の法則を満たし，乗法も交換，結合の法則を満たし，さらに乗法は加法について分配的であるとする。」

著者は，「この定義は数の体系という考えの，いわば独立宣言であり，数が祖先にあたる計量数から離れてそれ自身の道を進むことを認めるものである。」と説いている。数がしだいに拡張されて，外来者が新たにはいってきても，上の5つの法則は，例外なく適用される憲法で，古くは形式不易の原理とよばれたものである。

つぎに，数学全体に通じる基本的な考え方として同型すなわち同じ構造であることを，2つの体系の間に演算を保存する1対1対応（写像）が成立つこととして導く。それは「1つの構造が2つの衣裳をまとって現われたものにすぎない」と認めることで，同型の考えによって，いつも古い数体系はそのいい点を少しも損わずに，新しい数体系に拡張されるのである。

最後に，自然数の構造を示すペアノの公理系にふれている。

II　≪数≫を含まない数体系

計量数から抽象された「数の体系」が，もっと広い対象について成立つことを示す例として，集合を要素とする体系を導いている。すなわちある全体集合の部分集合の体系を考え，２つの集合の加法として合併集合を，乗法として共通集合をとると，上にのべた「数の体系」の従うべき５つの法則が集合の体系にも成立つのである。このことは集合計算，論理計算の基礎となるもので自動機械に応用されている。

Ⅲ　古い数から新しい数へ

「どんな自然数に５を加えれば３になるか。」という質問に，自然数の体系は答をもたない。そこで，この質問（問題）そのものをその答と考え，２つの自然数の組（差の族）によって負の数を含む整数を導入する。整数の体系の加法だけに着目すると，1)結合法則が成立ち，2)零元を含み，3)任意の整数 a に対して，その反数 $-a$ がこの体系に含まれる。すなわち，整数の体系は加法について群である。そこで群の一般的な定義をのべ，正三角形の≪対称移動≫の群をくわしく説く。

つぎに，整数の体系が加法と乗法について環（加減乗が自由にできる）であることを示し，その部分集合（たとえば３の倍数の集合）が部分群，部分環となるものを例示し，イデアルを示す。また剰余類（たとえば整数を３で割ったときの余りによって整数全体を３つの類に分けたもの）によって剰余群，剰余環を導き，６を法とする剰余類によって零因子（０でない要素を掛けて０となる因子）をのべている。さらに，演算が保存される一意写像（逆は一意でなくてもよい）として準同型写像を示しているが，身近かな整数の中から豊かな数学的構造を掘り起こす作業が綿密に進められている。

Ⅳ　測るための数

こんどは除法がいつでも可能となるように整数の体系は有理数の体系へ拡張される。有理数の体系は，加法についてアベール群（可換群）であり，０を除くと乗法についてもアーベル群である。有理数の体系は，二重の群構造をもつ数の体系（大まかにいって加減乗除が自由にできる）であること，３を法とする剰余類の体系が有限の体であることなどをくわしくのべている。

Ⅴ　直線をうめつくす

方程式 $x^2=2$（x は１辺が１の正方形の対角線の長さ）には有理数の根がないことを問題提起として，縮小区間列の考えを用いて実数（無理数）を導き，実数の体系が体であることを示す。そして解析学の基本定理である「増加数列が，上に有界なときは，１つの極限値に収束する。」と無限級数の収束に関するコーシーの判定条件とを導く。さらに近傍，極限点，開集合，閉集合の概念を明らかにして，実数の体系の位相的構造を導く。４個の要素からなる集合について，何を開集合にとるかによって，編目のからみ方がちがった模様のセーターができるように，いろいろ位相空間ができることを例示している。そこで，２つの位相空間が１対１に対応して，一方の空間の開集合が他方の空間の開集合に対応するとき位相同型であること，位相構造の研究は，≪ゴム膜の幾何学≫

であることをのべている。

Ⅵ　直線から平面へ　　Ⅶ　縦の列，横の列――行列　　Ⅷ　数を表わす矢線

方程式 $x^2+1=0$ が根をもつように，実数の体系を，直線上から平面へと拡げることが，この3章のモチーフとなる。

Ⅵでは，実数の順序対の集合にベクトル構造を与えるため，加法とスカラー倍を定めると，ベクトルの体系はアーベル群で，スカラー倍について分配法則，結合法則がなりたち，ベクトル空間がえられる。それを拡張して n 次元のベクトル空間，無限次元のベクトル空間を導く。そこでベクトル空間の変換として線型写像，平行移動をのべ，それらが群を作ることを明らかにし，アフィン変換，相似変換，合同（ユークリッド）変換を導いている。「ある幾何学とは，ある変換群によって互いにうつることのできる図形の研究，およびその群に属する変換によって変わらない図形の性質を研究である」というクライン流の規定がのべられる。

Ⅶでは，線型写像の係数からマトリックス（行列）を導き，マトリックスの体系がベクトル空間を作ることを示し，マトリックスの乗法をのべて，その体系が多元環（環でベクトル空間）を作ることを導いている。ベクトル代数は，心理学，化学，物理学，経済学，電気工学などに広く応用される，数学の新分野である。

Ⅷでは，実数の順序対に，別の乗法を定めることによって，複素数の体系がえられる。この体系の中に $x^2+1=0$ の根がひそんでいる。最後に，複素数を，2次の行列によって表現する方法と，剰余類によって表現する方法があざやかに示されている。

最後の章は，つぎのことばで結ばれている。

「現代数学の世界は，いろんな点で新しい世界ではあるが，それはその発生の源である，数や空間という古い世界との接触をけっして失っていないのである。」

この本を読んで，近ごろ「新しい数学」の名で，行動科学や電子計算機につながる「有限数学」(finite mathematics) の本が幾種か出版され，普及している。この本は，有限数学にかぎらず，伝統的な幾何学・代数学・解析学を現代数学の視点から見なおし，位置づけ，すっきりした統一を与えているところに特色がある。現代数学の構成的な特徴を浮き彫りにして，数学的構造が人間の構想力を開放する有力な手がかりであることを感じさせるものがある。叙述は平易・明快で，具体例に即して理論を展開している。訳文もよくねれていて味わいがある。

一般教養書として書かれたものであるが，専門数学への入門書としても好適である。

（B 6版，244ページ，ダイヤモンド社，1966年1月，￥580）　　（中谷　太郎）